

Лекция 3.

Законы Де-Моргана. Таблицы истинности выражений.

Законы поглощения.

Противоречащая противоположность дизъюнктивного суждения — конъюнктивное суждение, составленное из противоречащих противоположностей частей дизъюнктивного суждения.

Оригинальный текст (англ.)

The contradictory opposite of a disjunctive proposition is a conjunctive proposition composed of the contradictories of the parts of the disjunctive proposition.

Законы Де-Моргана:

$$\overline{(a \wedge b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$$

$$\overline{(a \vee b)} = \bar{a} \wedge \bar{b}$$

Законы поглощения:

$$a \vee (a \wedge b) = a$$

$$a \wedge (a \vee b) = a$$

Таблицы истинности выражений.

Таблица истинности — таблица, описывающая логическую функцию. В ней отражены результаты каждой логической операции. В алгебре логики используются следующие логические операции: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.

Таблица состоит из не меньше, чем из $n+1$ столбцов, и 2^n строк, где n — число используемых переменных. В первых n столбцах записываются все возможные значения аргументов (переменных) логической функции, а в $n+1$ -ом столбце записываются значения функции, которые она принимает на данном наборе аргументов.

Рассмотрим таблицы истинности для уже известных нам операций:

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(инверсии не будет ну что вы совсем глупенькие что ли ну вы чего)

Алгоритм построения таблицы:

1. Оценить, сколько переменных и действий есть в вашей функции.
2. Расставить очередность действий.
3. Начертить шапку: по одному столбцу на каждую переменную и по одному столбцу для каждого действия. Действия располагать в порядке очередности их выполнения.
4. Начертить оставшуюся часть: нужно 2^n строк, где n - число переменных в вашей функции.
5. Заполнить образом, который проще проговорить устно.
6. Заполнить значения каждого действия, начиная с первого. Заполнить последний столбец.

Задания:

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (z \wedge \bar{x})$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 0$.

Показать ответ и решение

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$(A \wedge B) \vee A \wedge \bar{C}$$

$$A \wedge (\overline{B \vee C})$$

$$(A \vee B) \wedge C$$

$$(\bar{A} \vee (C \wedge B)) \vee C$$

$$(A \vee \bar{B}) \wedge \bar{C}$$

~

Лекция 4.

Элементарные функции, их свойства и графики.

Основными элементарными функциями называются следующие функции:

степенная $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$;

показательная $y = a^x$, $a > 0$;

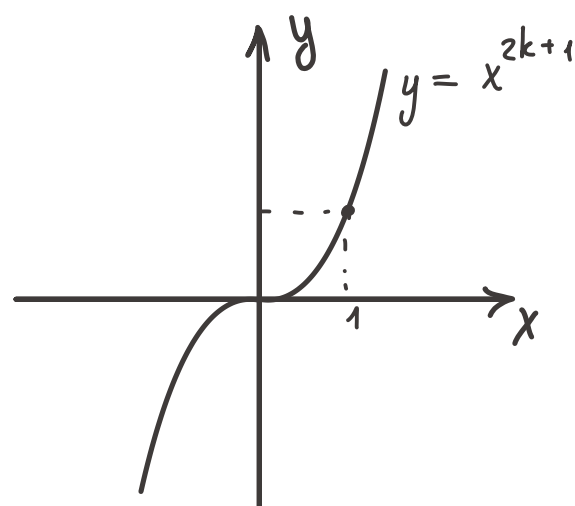
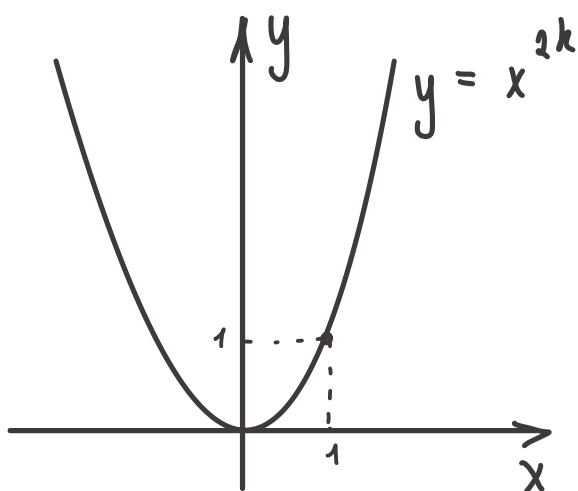
логарифмическая $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$;

тригонометрические $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$;

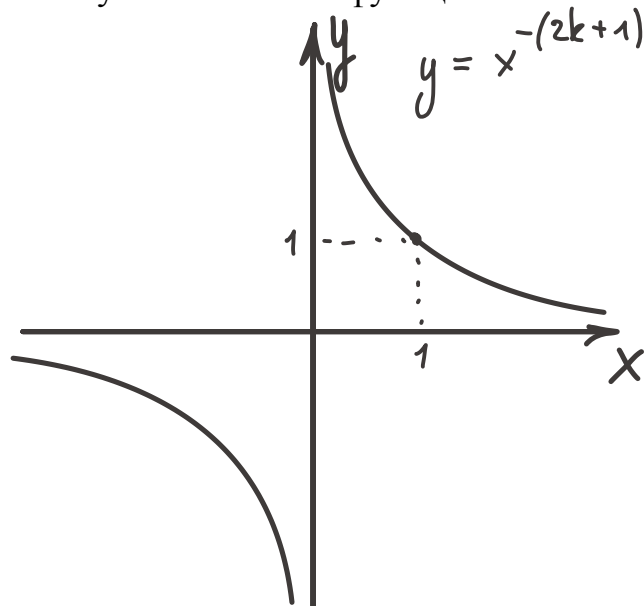
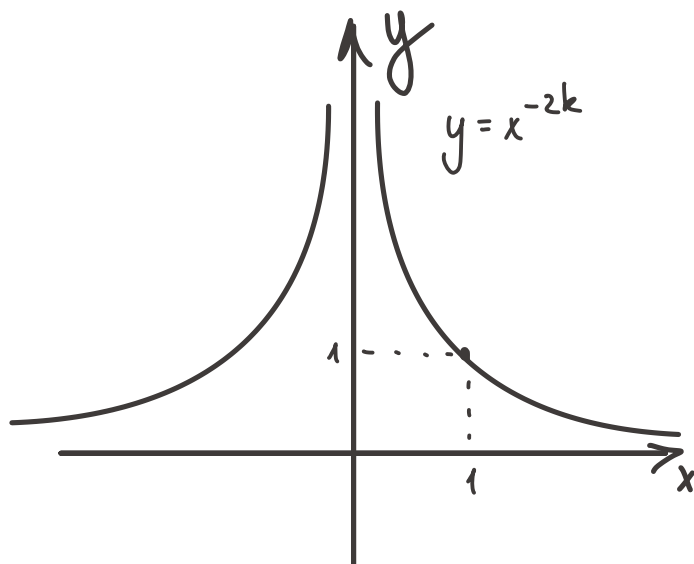
обратные тригонометрические $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcsctg} x$.

Рассмотрим графики этих функций и некоторые их свойства.

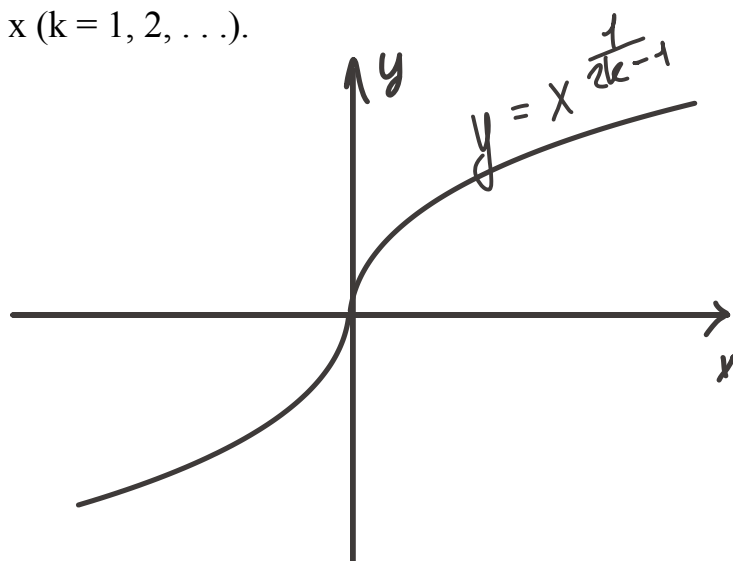
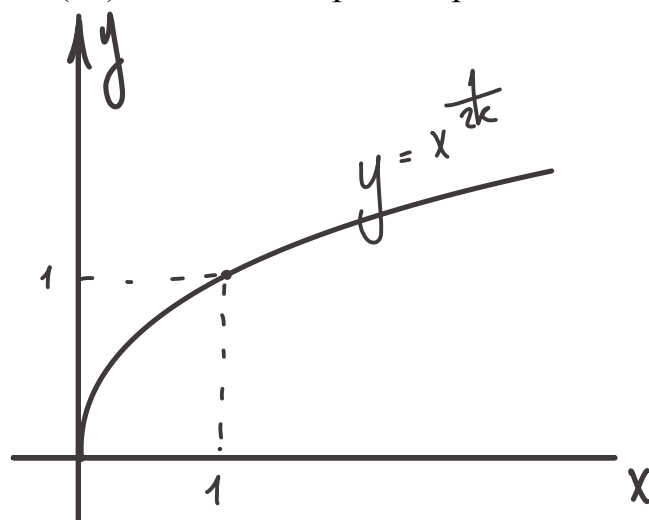
Пусть дана степенная функция $y = x^\alpha$, и пусть α – натуральное число. Такая функция определена при всех действительных x ; она является чётной при $\alpha = 2k$ и нечётной при $\alpha = 2k + 1$, $k = 0, 1, 2, \dots$



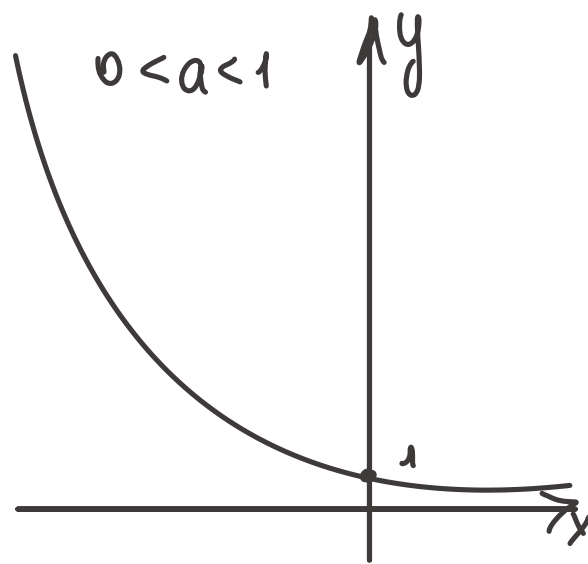
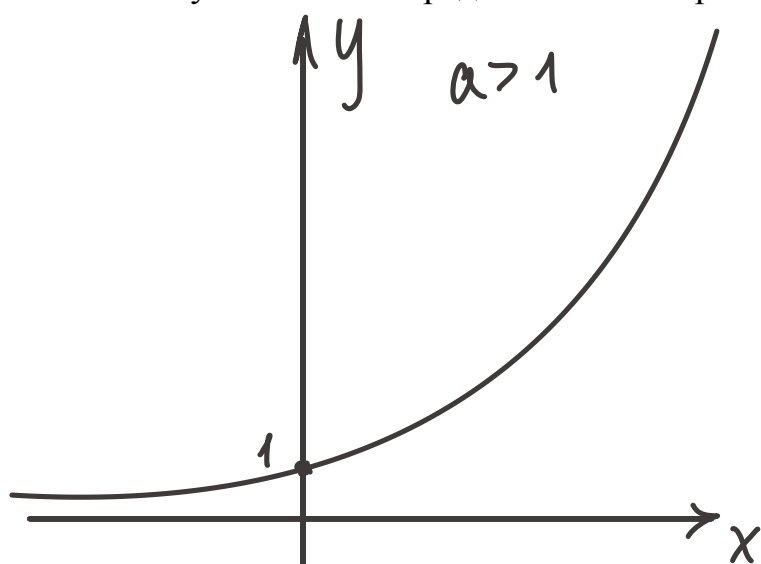
Пусть α – отрицательное целое число; в этом случае степенная функция не определена при $x = 0$.



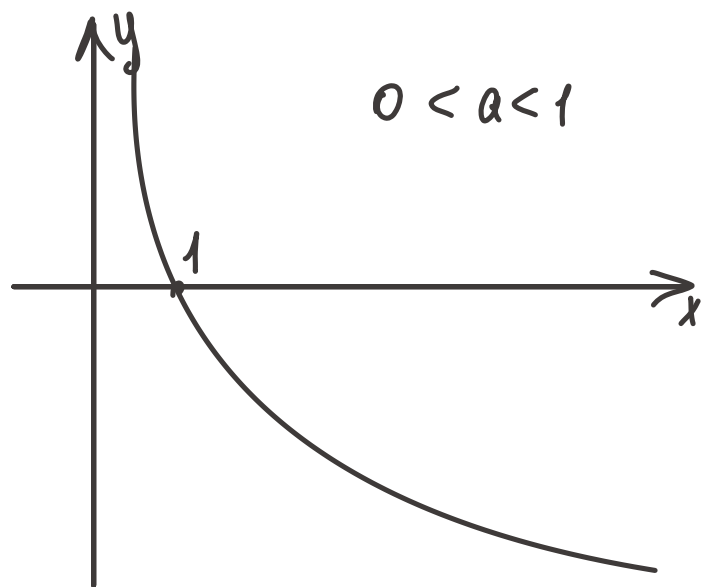
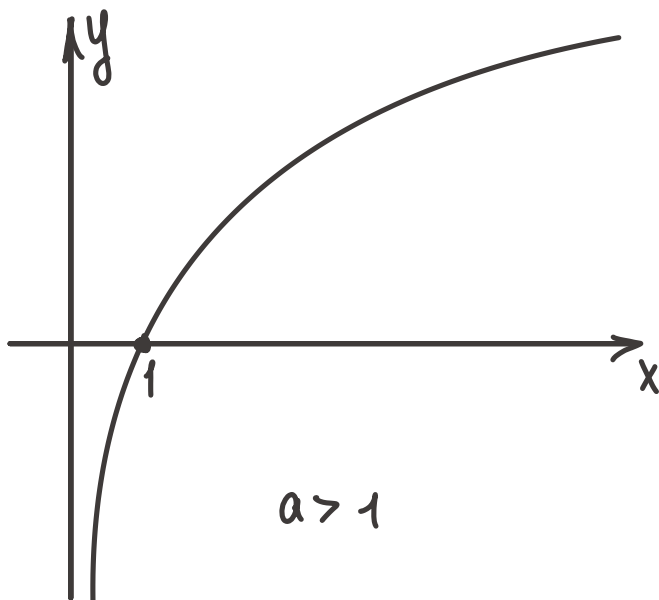
Если $\alpha = 1/(2k - 1)$, то функция $y = x^\alpha$ определена при всех x ; если $\alpha = 1/(2k)$ — то лишь при неотрицательных x ($k = 1, 2, \dots$).



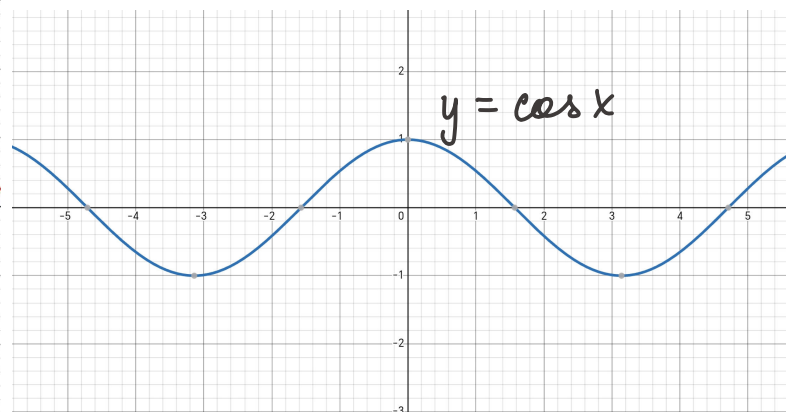
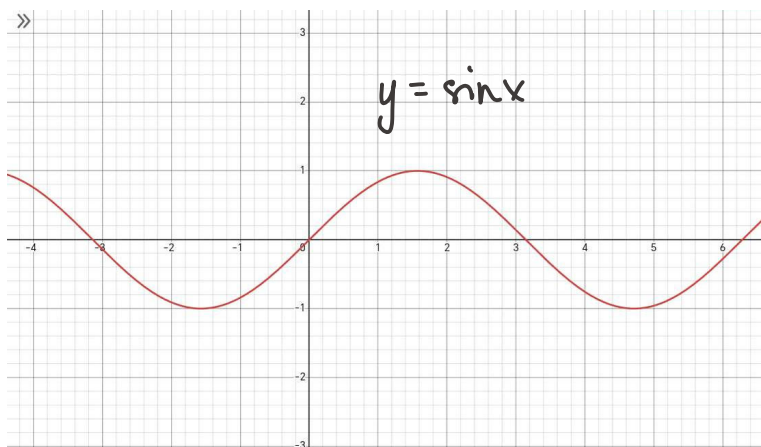
Для показательной функции $y = a^x$, $a > 0$, важно различать случаи $0 < a < 1$ и $a > 1$. Случай $a = 1$ не представляет интереса.



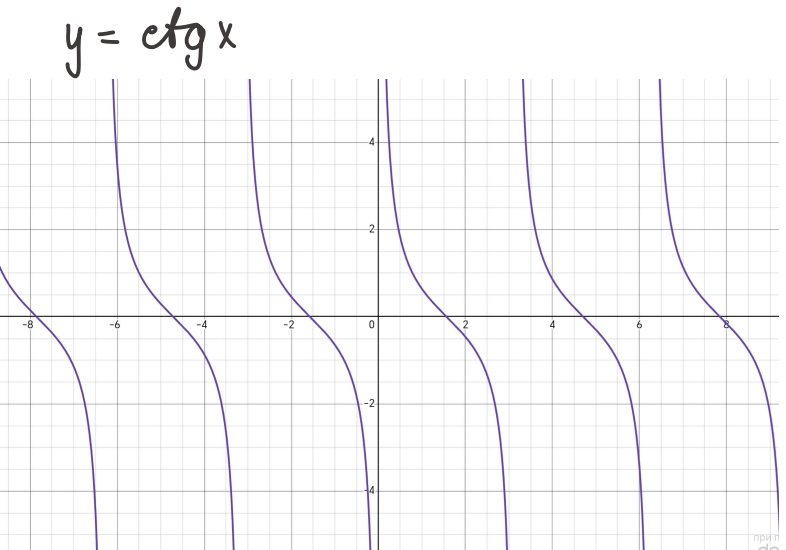
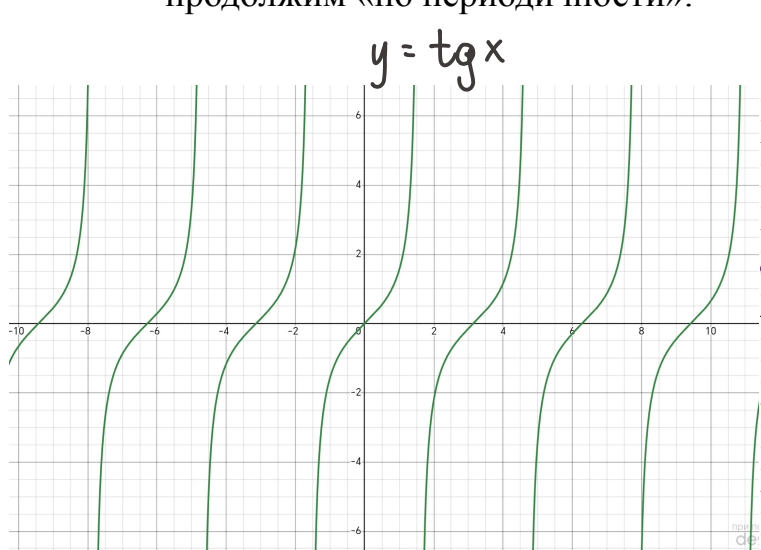
Логарифмическая функция $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, определена при $x > 0$ и является обратной по отношению к соответствующей показательной функции. Ясно, что если точка (x, y) лежит на графике функции $y = y(x)$, то точка (y, x) лежит на графике соответствующей обратной функции (и наоборот). Поэтому графики взаимно обратных функций симметричны относительно биссектрисы первого и третьего координатных углов. Зная, как выглядит график показательной функции, нетрудно, пользуясь указанным свойством, нарисовать график логарифмической функции.



Поскольку функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$ являются 2π -периодическими, то достаточно изобразить графики этих функций на каком-либо отрезке длины 2π , например, на $[0, 2\pi]$, а затем продолжить эти графики «по периодичности». Тождество $\cos x = \sin(x + \pi/2)$ показывает, что график косинуса получается из графика синуса сдвигом влево на $\pi/2$ единиц.

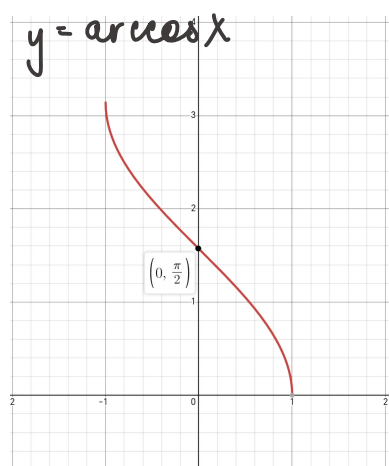
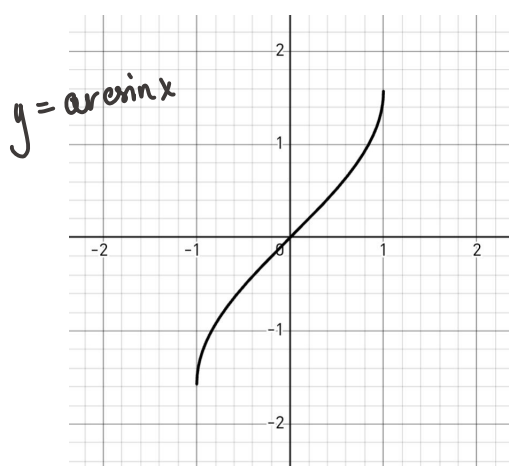


Тангенс и котангенс являются π -периодическими функциями; их графики изобразим соответственно на интервалах $(-\pi/2, \pi/2)$, $(0, \pi)$, а затем продолжим «по периодичности».

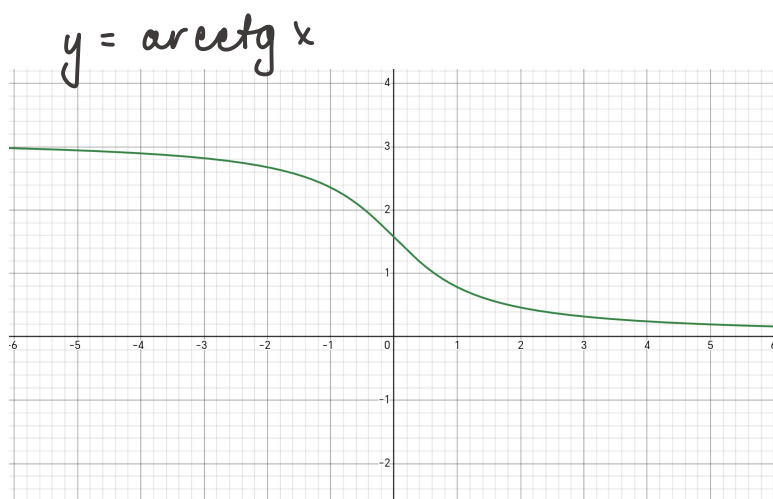
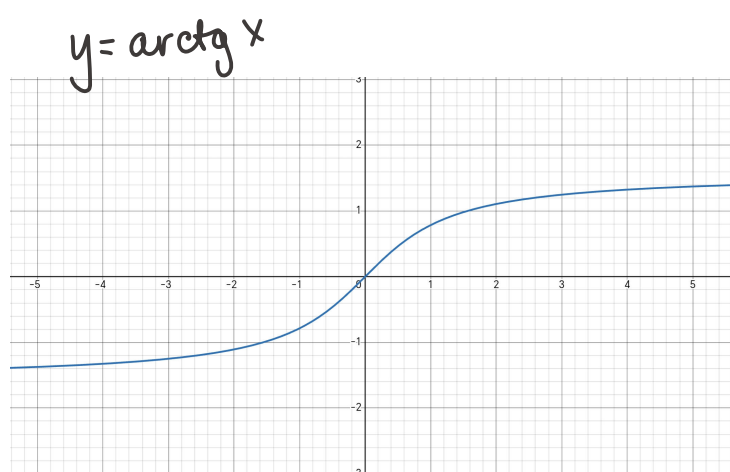


Обратимся вновь к общей теории функций. Пусть дано отображение $f: X \rightarrow Y$, где X и Y – произвольные множества, и пусть $A \subset X$. Ограничением $f|_A$ отображения f на множество A называется отображение $f|_A: A \rightarrow Y$, для которого $f|_A(x) = f(x)$ для любого $x \in A$. Поскольку функция $y = \sin x$ не является монотонной, то мы рассмотрим ограничение этой функции на отрезок $[-\pi/2, \pi/2]$, т.е. в обозначениях общей теории функций, рассмотрим функцию $\sin|_{[-\pi/2, \pi/2]}: [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow [-1, 1]$.

Эта функция возрастает на $[-\pi/2, \pi/2]$, и для нее существует обратная функция $\arcsin: [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$, причем значением арксинуса в точке $x \in [-1, 1]$ служит то единственное число $y \in [-\pi/2, \pi/2]$, для которого $x = \sin y$. График арксинуса можно построить, пользуясь тем, что он симметричен графику синуса относительно биссектрисы первого и третьего координатных углов. Аналогично для получения функции, обратной косинусу, рассматривают ограничение косинуса на отрезок $[0, \pi]$. На этом отрезке косинус убывает, и обратная функция существует.

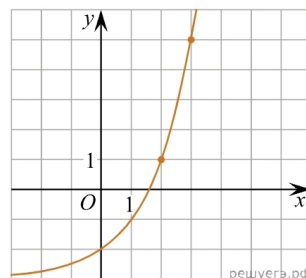


Для получения арктангенса и арккотангенса рассматривают ограничения тангенса и котангенса соответственно на интервалы $(-\pi/2, \pi/2)$ и $(0, \pi)$, на которых указанные функции строго монотонны.



Задания:

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.

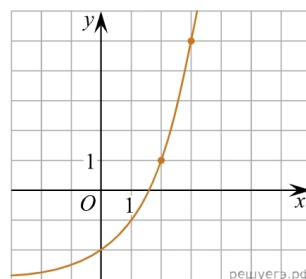


Аналоги к заданию № 509089: 509090 509091 509092 ... Все

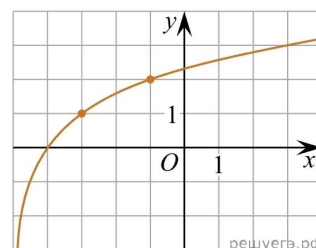
[Решение](#) · [Видеокурс](#) · [Помощь](#)

Тип 11 № 509095    

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 29$.



На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 4$.



Постройте график функции $y = \frac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2}$ и найдите все значение k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

[Решение](#) · [Критерии](#) · [Помощь](#)

7 Тип 15 № 791    

Постройте график функции $y = \frac{(\sqrt{x^2-5x+6})^2}{x-3}$ и найдите все значения a , при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

1 2 3 4 5

1 Тип 15 № 21    

Дана функция $f(x) = ||x| - 3| + 2$.

1) Постройте график функции $y = f(x)$.

2) При каких значениях c уравнение $f(x) = c$ имеет ровно три решения?