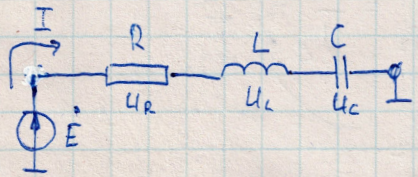
Резонансные процессы

Резонанс – это явление возрастания амплитуды колебаний при $\omega \to \omega_0$ (при стремлении частоты к резонансной)



$$I = \frac{\dot{E}}{Z_\Sigma} = \frac{\dot{E}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\dot{E}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} =$$

$$\frac{E(R - j(\omega L - \frac{1}{\omega C}))}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

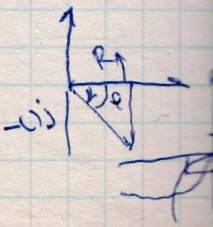
$e^{j\varphi}$

$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ $\quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ $\quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Колебательный контур – всё подключено последовательно

$$= \frac{E\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \cdot \exp\left(-j \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

$R - j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ $\quad Ae^{j\varphi}$ $\quad (*)$



$$\omega L = \omega\sqrt{L}\cdot\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}} = \frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega\sqrt{C}\sqrt{C}}\cdot\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L}} = \frac{\omega_0}{\omega}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}}\cdot L = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Характеристическим сопротивлением колебательного контура называют $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Физический смысл - модуль импеданса реактивного элемента на резонансной частоте

(*)

$$|I| = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \rho^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

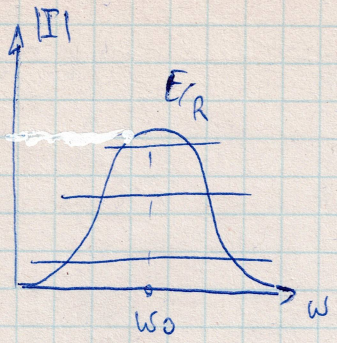
Q - добротность колебательного контура

Добротность - это показатель качества колебательной системы

$$Q = \left.\frac{|\dot{U}_L|}{|\dot{U}_R|}\right|_{\omega_0} = \left.\frac{|\dot{U}_C|}{|\dot{U}_R|}\right|_{\omega_0} \quad (1)$$

$$I_R = I_C = I_L = I$$

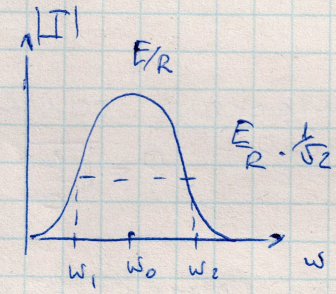
$$Q = \left.\frac{|U_L|}{|U_R|}\right|_{\omega_0} = \frac{\omega_0 L\cdot I}{R\cdot I} = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2)$$



Полоса пропускания системы – это область частот, сигналы на которых проходят через систему с ослаблением не более трёх дБ

$$1\,дБ = 10 \cdot \lg \frac{S_{исх}}{S_{оп}}$$

дБ	раз
0	1
3	2
6	4
10	10
13	20
20	100
26	400



$$П = w_2 - w_1$$

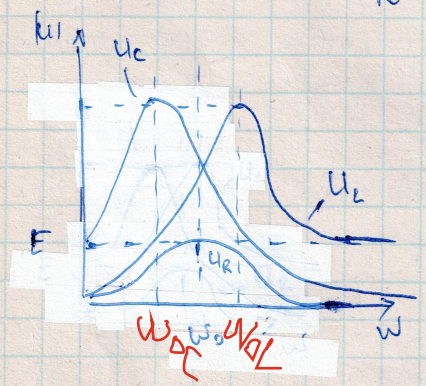
$$P_{1/2} \sim \frac{U^2}{2} \Rightarrow \frac{U}{\sqrt{2}}$$

вот тут мы закончили, дальше - самостоятельная проработка

3) $Q = \frac{w_0}{П}$

$$U_R = I R$$

$$|U_L| = |Z_L \cdot I| = \frac{j w L \cdot E}{R \cdot \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w}\right)^2}}$$



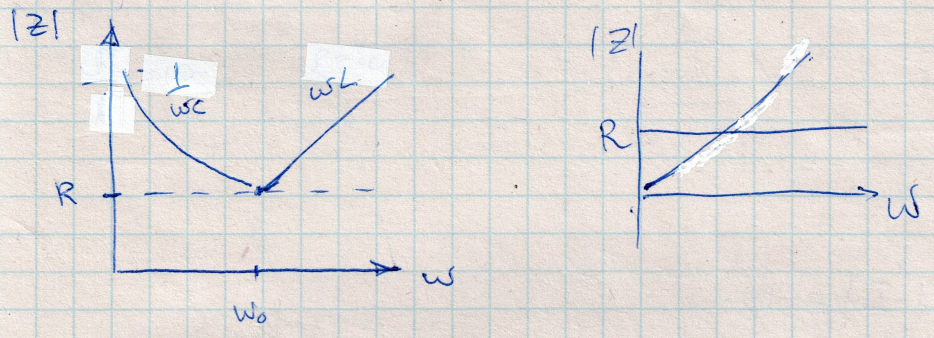
АЧХ элементов последовательного колебательного контура, знать обязательно

$$w_{0L} = w_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

$$|U_C| = \left| \frac{1}{j w C} \cdot \frac{E}{R \cdot \sqrt{1 + Q^2}} \right|$$

$$w_{0C} = w_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

Резонанс напряжений - это проявление резонанса в последовательном колебательном контуре, который заключается в возрастании амплитуд напряжений на реактивных элементах



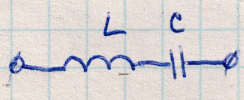
Признак резонанса:

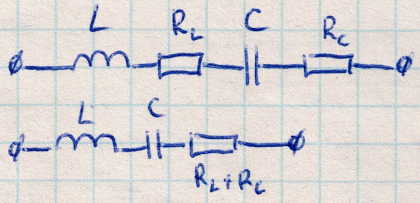
Сила тока и напряжения на резонансной частоте синфазны

Лекция №8 21.10.23

4. Через качество элементов

тут четвёртое определение добротности





$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R_L}\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\rho}{R_L}$$

$10^3 \dots 10^4$

$$Q_C = \frac{1}{\omega_0 C}\cdot\frac{1}{R_C}\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\rho}{R_C}$$

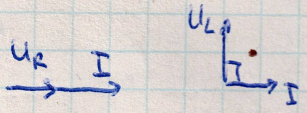
$10^9 \dots 10^{12}$

$$\left[\frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho} = \frac{R_L + R_C}{\rho} = \frac{R_L}{\rho} + \frac{R_C}{\rho} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C} \right]$$

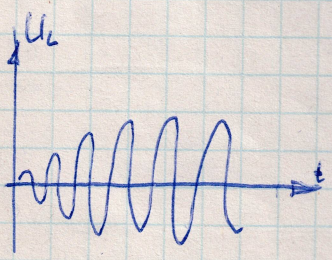
Добротность цепи не может быть больше отдельных добротностей элементов, входящих в контур

(5) Опр. добротности

$$Q = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_L \cdot I \sin\varphi = 1}{U_R \cdot I \cos\varphi = 1} = \frac{P_a}{P_A}$$



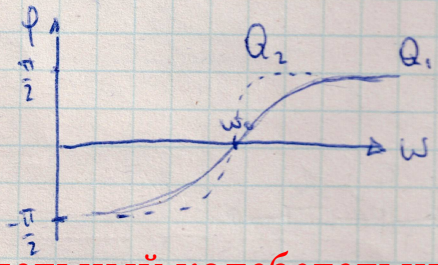
Добротность - это отношение запасённой в системе энергии к потраченной



$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \dot{z} \qquad \Delta\varphi(\dot{U}\hat{}\dot{I}) = \varphi_z$$

$$z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j\rho\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = R\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

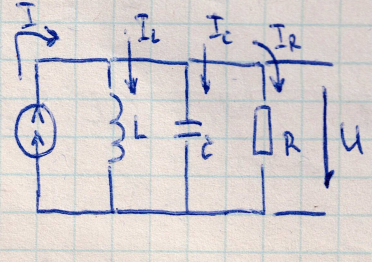
$$\varphi_z = \operatorname{arctg}\frac{Im(z)}{Re(z)} = \operatorname{arctg}\left[Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]$$



$Q_2 > Q_1$

ФЧХ колебательного контура - показывает зависимость фазы колебаний от частоты. На графике ФЧХ видно, что у контура с большей добротностью ФЧХ в районе частоты резонанса более крутая, следовательно, контур более качественный

Параллельный колебательный контур



$$\dot{y} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$$

$$U = y \cdot z$$

$$Z = G^{-1} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C\right)^{-1} = \left(\frac{j\omega L + R - \omega^2 LC \cdot R}{j\omega L \cdot R}\right.$$

$$|Z| = R \cdot \frac{\sqrt{1 + Q_{11}^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} = \frac{R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

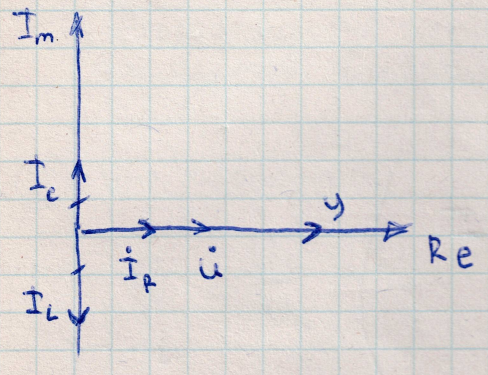


$Q_2 > Q_1$

зависимость импеданса параллельного колебательного контура от частоты - как ни крути, на резонансной частоте сопротивление контура всё равно будет R

$$\dot{y} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$$

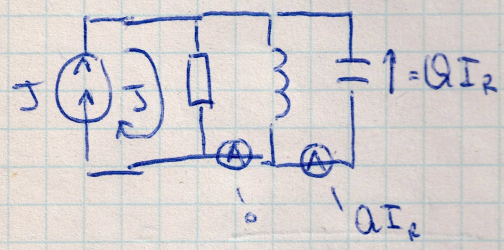
$\omega = \omega_0$: $\Delta\varphi(\dot{y}\hat{}\dot{U}) = 0$ - из условия резонанса



$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{j\omega_0 L} = \frac{\dot{U}}{\rho}(-j)$$

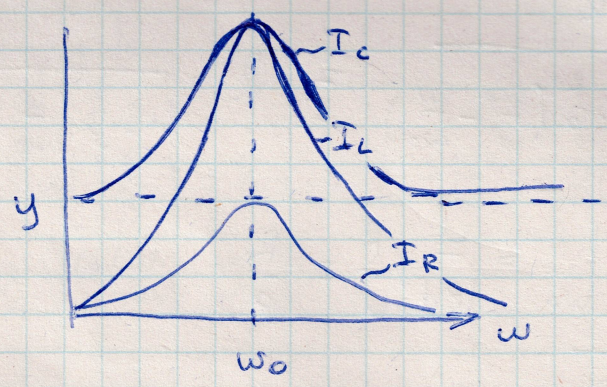
$$\dot{I}_C = \dot{U} \cdot j\omega_0 C = \frac{\dot{U}}{\rho} \cdot j$$



$$|\dot{U}| = \dot{y}\,\frac{R}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

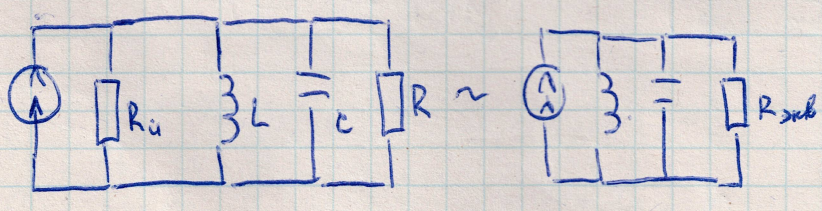
АЧХ параллельного колебательного контура, так же знать обязательно

$$\begin{cases} \dot{I}_R = \dot{y} \cdot \frac{1}{\sqrt{\ }} \\ \dot{I}_L = \dot{y} \cdot \frac{R}{j\omega L\sqrt{\ }} \\ \dot{I}_C = \dot{y}\,\frac{R \cdot j\omega C}{\sqrt{\ }} \end{cases}$$



$Q_{\parallel} = \frac{R}{\rho}$

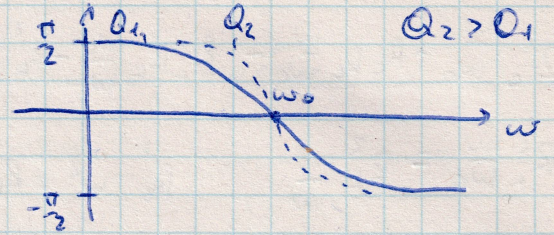
по аналогии с последовательным контуром, где происходит резонанс напряжений, в параллельном контуре происходит резонанс **токов**. Обратите внимание, на то, какому из графиков соответствует АЧХ какого элемента и сравните с последовательным контуром.



$$\dot{U} = \dot{y}\dot{Z} \qquad \Delta\varphi(\dot{U}^{\wedge}\dot{y}) = \varphi_z$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(-Q_{11}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

$$\dot{Z} = \frac{R\left(1 - jQ_2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)}{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$



ФЧХ параллельного контура